Université Claude Bernard Lyon 1

L2 (Semestre 1) 3LTC4
Session 2 06 Janvier 2015

Corrigé de l'examen CT de Biomécanique du mouvement

Correction de l'exercice 1.

(1) (a) Les mouvements rectilignes uniformément accélérés d'accélération constante a_0 ont été étudié lors du de l'exercice 3.1 du TD 3 (ou de la chute libre), auquel on renvoie. Puisque la vitesse initiale est nulle et que l'on peut considérer l'abscisse initiale nulle, on a donc les lois horaires suivantes :

$$a(t) = a_0, \tag{1a}$$

$$v(t) = a_0 t, \tag{1b}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 \tag{1c}$$

(b) En particuliers, si on cherche l'instant t tel que la distance soit égale à l, l'équation (1c) fournit

$$x = l = \frac{1}{2}a_0 t^2$$

ce qui donne

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_0}}, \tag{2a}$$

et l'équation (1b) implique donc

$$v_0 = \sqrt{2la_0}. \tag{2b}$$

(c) À cet instant, le vecteur vitesse est horizontal, dirigé vers la droite, d'origine le centre de gravité de l'athlète et de norme v_0 donné par (2b), soit numériquement

$$v_0 = 1.3994. \tag{3}$$

(2) Pour cette question, on procède comme dans le CCF2 dont le corrigé figurait sur le ouaib et qui dû être consulté avec passion !

(a) On connaît les données anthropométriques du gymnaste (masse et taille) :

$$M = 1.70 \text{ kg}, \tag{4a}$$

$$L = 65 \text{ m}. \tag{4b}$$

On utilise le tableau 1 de l'énoncé qui contient les rapports masse segment/masse corps (m_i/M, notés $\widetilde{m}_i$) et les rapports longueur segment/taille (l_i/L, notés $\widetilde{l}_i$) des segments utilisés. On en déduit donc les longueurs m_i et les longueurs l_i en écrivant

$$m_i = M\widetilde{m}_i, \tag{5a}$$

$$l_i = L\widetilde{l}_i \tag{5b}$$

On en déduit successivement par exemple

$$m_1 = M\widetilde{m}_1 = 65.00 \times 0.081 = 5.265 \text{ kg},$$
$$l_2 = L\widetilde{l}_2 = 1.70 \times 0.440 = 0.748 \text{ m}.$$

Enfin, la longueur totale du corps tendu n'est la taille du gymnaste (!) mais la somme des longueurs des segments 2, 3 et 4 :

$$l_5 = l_2 + l_3 + l_4 = 0.748 + 0.490 + 0.901 = 2.139 \text{ m}.$$

et donc

$$l_5 = 2.139 \text{ m}. \tag{6}$$

(b) Il est un peu plus rapide de calculer pour chacun des centre de gravité des segments considérés d'utiliser

$$k_P = \frac{GP}{PD}, \quad k_D = \frac{GD}{DP}, \tag{7}$$

et d'en déduire

$$GP = k_P PD = k_i l_i \tag{8}$$

Par exemple, pour le membre supérieur, on en déduit alors, puisque son extrémité proximale est l'épaule, située à la distance l_2 de la barre

$$\lambda_2 = l_2 - k_2 l_2 = 0.352.$$

Pour le membre inférieur, on en déduit alors, puisque son extrémité proximale est la hanche, située à la distance $l_2 + l_3$ de la barre

$$\lambda_4 = l_2 + l_3 + k_4 l_4 = 1.640.$$

(c) Comme dans le corrigé du CCF2, on a

$$\lambda = \sum_i \frac{m_i}{M}\lambda_i = \sum_i \widetilde{m}_i \lambda_i \tag{9}$$

dont on déduit numériquement

$$\lambda = 1.092 \text{ m} \tag{10}$$

(3) (a) Le début de la chute libre correspond à la fin de la phase d'accélération horizontale et donc d'après les résultat de la question 1c, au début de la chute libre la vitesse $\vec{v}_0$ du centre de gravité du gymnaste fait un angle $\alpha = 0$ avec l'horizontale et sa norme est donnée par (3)

(b) On peut donc alors utiliser toutes les équations de la chute libre du document de cours (chapitre 8) disponible sur internet avec la valeur de l'angle $\alpha = 0$. Les équations (9.3) s'écrivent alors (puisque $\cos\alpha = 1$ et $\sin\alpha = 0$)

$$\begin{aligned}
a_x(t) &= 0,\\
a_y(t) &= -g,\\
v_x(t) &= v_0,\\
v_y(t) &= -gt,\\
x(t) &= v_0,\\
y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2
\end{aligned}$$

En particulier

$$x(t) = v_0 t, \tag{11a}$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2. \tag{11b}$$

Ne pas s'étonner de $y < 0$ puisque le repère est orienté vers le haut ! On a aussi

$$v_x(t) = v_0, \tag{12a}$$
$$v_y(t) = -gt. \tag{12b}$$

(c) La distance verticale entre le centre de gravité du sportif au début de la chute de la chute libre et la surface de l'eau est égale à $H + l_5 - \lambda$.

(d) D'après (15b), on en déduit que le centre de gravité du sportif touche l'eau à l'instant t_1 qui vérifie (attention au signe car le répère est orienté vers le haut).

$$-(H + l_5 - \lambda) = -\frac{1}{2}gt_1^2,$$

ce qui donne

$$t_1 = \sqrt{2\frac{H + l_5 - \lambda}{g}} = 1.501. \tag{13}$$

(e) La distance horizontale entre le centre de gravité du sportif au début de la chute de la chute libre et son point d'impact à la surface de l'eau est donnée par (15a) où $t = t_1$ donné par (13) et v_0 donné par (2b), soit

$$x_1 = 2\sqrt{\frac{la_0(H + l_5 - \lambda)}{g}} = 2.100. \tag{14}$$

(4) À l'instant t_1, on a

$$v_x(t_1) = v_0, \tag{15a}$$
$$v_y(t_1) = -gt_1. \tag{15b}$$

Numériquement, on a donc

$$v_x(t_1) = 1.399, \tag{16a}$$
$$v_y(t_1) = -14.722 \tag{16b}$$

La norme de la vitesse est donc donnée par

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 14.788$$

et l'angle β entre a vitesse du gymnaste et l'horizontale est donné par

$$\beta = -\arctan\left(\frac{gt_1}{v_0}\right) = -84.570°. \tag{17}$$

(5) (a) D'après le cours, l'énergie mécanique totale du sportif est égale à

$$E = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgy, \tag{18}$$

où V est la vitesse du centre de gravité du sportif.

Remarque 1. Dans l'expression (18), on constate que l'énergie cinétique de rotation $1/2I\omega^2$ n'est pas nulle. Parfois, on est tenté d'écrire que le centre de gravité tournant autour de lui-même, cette l'énergie cinétique de rotation est nulle ! Il n'en est rien ! En chute libre, le mouvement du centre de gravité est totalement déterminé par $\vec{g}$, tandis que la vitesse de rotation est constante si I est constant (voir question 5c), ce qui est le cas d'un solide rigide indéformable, tel le sportif qui plonge. En revanche, si le système est un point matériel, avec une masse M et une inertie alors nulle, la vitesse de rotation n'a aucun sens, ou alors aucune influence et dans ce cas, l'énergie cinétique de rotation est bien nulle !

(b) D'après (16), on a

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 + g^2t^2$$

et donc, d'après(15b), il vient

$$V^2 = v_0^2 - 2gy. \tag{19}$$

(c) Le sportif est un système isolé et son énergie mécanique est constante. Cela provient du fait que c'est un système indéformable, soumis uniquement à son poids. Il faut bien entendu, négliger les frottements de l'air pour cela, ce qui ne sera pas tout à fait légitime pour des hauteurs de saut plus importantes ! Au début du mouvement, on a $y = 0$ et $V = v_0$ et d'après (18), on a donc

$$E_0 = \frac{1}{2}MV_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2. \tag{20}$$

Par ailleurs, d'après (19), on a

$$E = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgy = \frac{1}{2}Mv_0^2 - Mgy + \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgy = \frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Ainsi, il vient, puisque I est constant,

$$0 = E - E_0 = \frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}MV_0^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}\left(\omega^2 - \omega_0^2\right),$$

dont on déduit que

$$\omega = \omega_0. \tag{21}$$

(d) La vitesse angulaire ω du sportif est donc constante, égale à la vitesse angulaire initiale. On sait que

$$\omega = \omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

où $\Delta\theta = \gamma$ est l'angle qui correspond à la rotation du corps du gymnaste entre le début et la fin du mouvement et $\Delta t = t_1$ est la durée de la chute libre. On a donc

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{t_1}, \tag{22}$$

où t_1 est donné par (13) et γ est donné par l'équation (10) de l'énoncé. Après conversion en radian, il vient donc

$$\omega_0 = \frac{\pi(90-\beta)/180 + 2\pi \times 2}{\sqrt{2\frac{H+l_5-\lambda}{g}}}, \tag{23}$$

soit numériquement

$$\omega_0 = 10.404, \tag{24}$$

ce qui correspond à une vitesse angulaire de

$$\omega_0 = 1.656 \text{ tour s}^{-1}. \tag{25}$$

(e) Le corps du gymnaste a tourné entre le début du mouvement et l'instant t_1 d'un angle donné par l'équation (10) de l'énoncé. Puisque les angles sont défini à 360° près et que l'angle initial du sportif avec l'horizontale est égal à 90°, cela signifie qu'il rentre dans l'eau avec un angle de $\beta°$ (après avoir tourné sur lui même de 2.485 tours) avec l'horizontale, qui est aussi l'angle entre la vitesse de son centre de gravité avec l'horizontale.

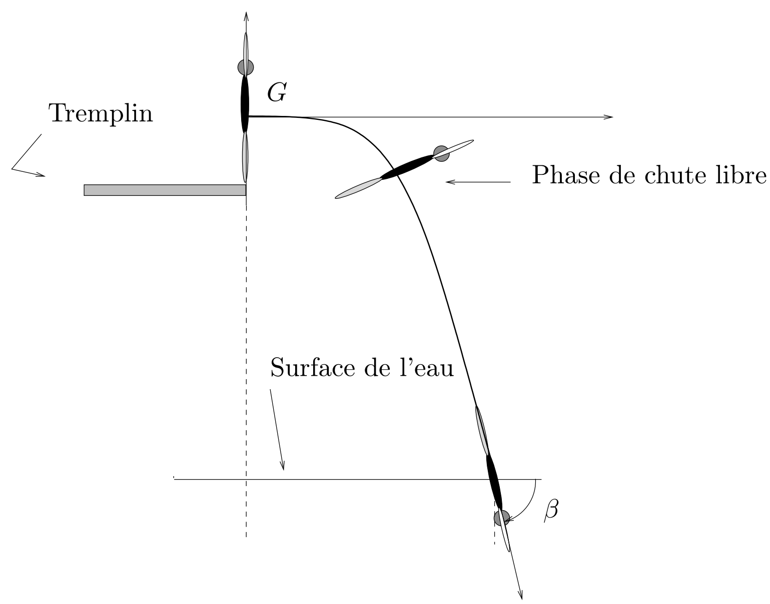

FIGURE 1. Entrée dans l'eau avec direction une vitesse parallèle à la vitesse d'impact.

L'intérêt de cela est que, le corps du sportif, rigide et tendu, rentre dans l'eau avec une direction parallèle à la vitesse d'impact, ce qui minimise les chocs avec l'eau (voir figure 1). Par exemple, s'il rentre dans l'eau avec un angle nul par rapport à l'horizontal, le « plat » est assuré, avec le risque de salir le bassin !

(6) Ce sujet a été préparé pour tenter de donner une description mécaniquement correcte de la chute libre lors d'un plongeon, mais, à vrai dire, sans connaissance réelle de cette pratique ! L'enjeu est tout de même d'arriver avec une direction parallèle à la vitesse d'impact, qui, pour des hauteurs plus élevées est proche de 90°, autrement dit verticale. Il semblerait, en regardant des vidéos de plongeons sur `www.youtube.com`, que les sportifs partent, certes avec une vitesse ω_0 non nulle, mais qu'ils restent en position groupée lors d'une grand partie du mouvement, pour adopter au dernier moment, une position tendue, lors de l'impact dans l'eau. L'hypothèse I constant serait donc à revoir !

Correction de l'exercice 2.

Exercice issu de

`http://www.hgc-reims.com/documents-hgc-reims/documents-nap-hex-gc-reims/doc_download/28-examen-niveau-2-mars-2013`

Examen Théorie Niveau 2 ; Session mars 2013. Hommes grenouilles de Champagne-Reims

Dans cet exercice, on utilisera la notion de masse apparente : voir l'équation (9.33) du cours que l'on rappelle ici : chaque élément i a une masse M_i exprimée en kg et un volume V_i exprimé en l :

$$\mathcal{M} = \sum_i M_i - V_i. \tag{26}$$

Cette équation est justifiée par l'hypothèse (13).

(1)
- À la première étape, il suffit de sommer sur les éléments en présence, c'est-à-dire : le plongeur lui-même de masse M_1 et de volume V_1, la combinaison M_2 et de volume V_2 et les blocs de masse M_3 et de volume V_3 : on a donc
$$\mathcal{M} = \sum_{i=1}^{3} M_i - V_i = (M_1 + M_2 + M_3) - (V_1 + V_2 + V_3). \tag{27}$$
Numériquement, on a donc
$$\mathcal{M} = 85 + 4 + 18 - (90 + 8 + 14) = -5 \text{ kg},$$
Ici, le nageur n'est pas à l'équilibre et a tendance à remonter.
- Pour la deuxième étape, à la masse apparente déjà calculée, on rajoute la masse apparente des poids qui vaut
$$\mathcal{M} = M_4 - V_4 \tag{28}$$
et donc numériquement
$$\mathcal{M} = 0 \text{ kg}.$$
qui devient nulle : le plogngeur est donc bien équilibré !
- Enfin, pour la troisième étape, à la masse apparente déjà calculée, on ajoute la masse apparente
$$\mathcal{M} = M_5 - V_5 \tag{29}$$
et donc numériquement
$$\mathcal{M} = 4 \text{ kg}.$$
qui devient positive : le nageur coule !

(2) Si notre ami Roger prête son appareil photo à son collègue, il sera de nouveau dans le cas de la deuxième étape et sera bien équilibré !

(3) Ce lestage est critiquable pour deux raisons :
- Roger n'est bien équilibré que s'il garde son appareil photo [1]. De plus, au cours de la plongée, sa masse va diminuer puisqu'il relachera progressivement l'air contenu dans ses bouteilles et il sera de nouveau en déséquilibre, trop léger. Il serait donc préférable de prendre plus de poids et de s'équiper d'une bouée, dont il pourra régler le volume, ce qui lui permettra de palier ces deux inconvénients !
- Il est dangereux de mettre sa ceinture une fois dans l'eau ! Il faut la mettre avant de s'immerger !

On pourra aussi consulter le sujet et le corrigé de l'exercice 2 du CCF2 de printemps 2014, à l'une des url suivantes `http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/index.html`

`http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/L2biomeca/CCF2L2biomecaP14.pdf`

`http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/L2biomeca/CCF2corL2biomecaP14.pdf`

1. Il devrait pouvoir le prêter, puisqu'en plongée la solidarité est primordiale !