Université Claude Bernard Lyon 1

M2IGAPAS (Semestre 1) | statistique
Session 1 | 29 Novembre 2012

Corrigé de l'examen CCF2 de statistiques

Correction de l'exercice 1.

(1) (a) $P(X \leq 3) = 0.600306$
(b) $P(X > 2) = 0.633316$
(c) $P(3 \leq X \leq 7) = 0.621631$
(d) $P(X \leq -5) = 0$

(2) (a) $P(X \leq -2.5) = 0.226627$
(b) $P(X > 0) = 0.308538$
(c) $P(0.2 \leq X \leq 3.2) = P(X \leq 3.2) - P(X \leq 0.2)) = 0.982136 - 0.57926 = 0.256389$

Correction de l'exercice 2.

(1) La moyenne de la masse est égale à 119.3704 et son écart-type est égal à 17.5283

(2) On en déduit l'intervalle de confiance de la moyenne au niveau 0.95 :

$$[112.4364, 126.3043],$$

et au niveau 0.99. :

$$[109.9969, 128.7439],$$

(3) On suppose que la masse suit une loi normale dont les paramètres ont été estimés précédemment, c'est-à-dire

$$\mu = 119.3704, \quad \sigma = 17.5283.$$

(a)

Voir la figure 1.

(b) On calcule donc, pour cette loi normale, la probabilité :

$$P(X \geq 135) = 0.1863.$$

Correction de l'exercice 3.

(1) On sait qu'à chaque âge, la taille suit une loi normale. D'après le cours, la loi normale est une lois symétrique : la moyenne est au milieu des tailles qui se trouve à ± écart-type.

Ainsi, la taille moyenne à 0 mois est par exemple donné par

$$\frac{48 + 52}{2} = 50.$$

De même, la taille moyenne à 2 mois est par exemple donné par

$$\frac{54 + 59}{2} = 56.5.$$

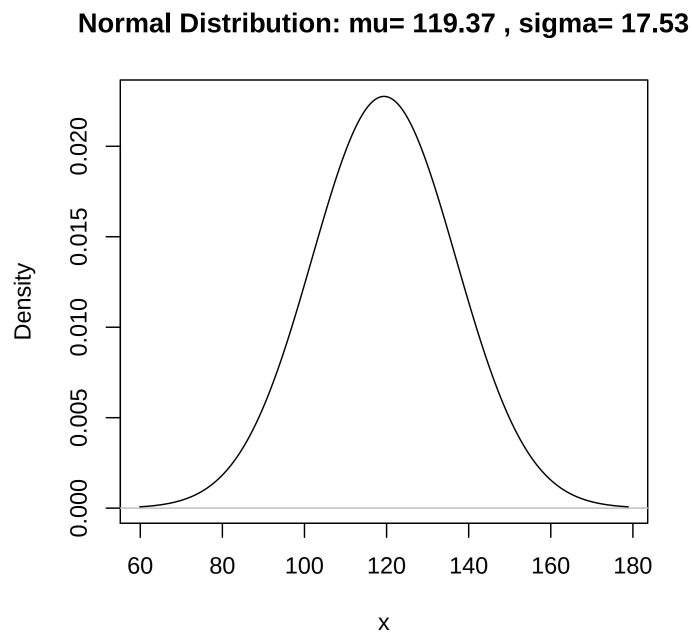


FIGURE 1. La loi normale.

De même, la taille moyenne à 3 mois est par exemple donné par

$$\frac{56.5+62}{2} = 59.25.$$

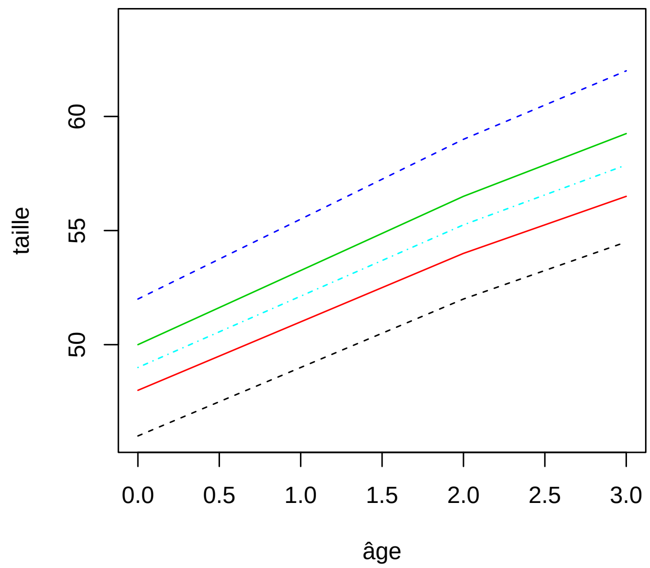
On peut aussi faire le calcul en prenant les courbes à ± 2 écart-types ; par exemple, la taille moyenne à 3 mois est par exemple donné par

$$\frac{54.5+64}{2} = 59.25.$$

Voir le tableau suivant :

âge	-2 sigma	-1 sigma	moyenne	+1 sigma	+2 sigma
0	46.0	48.0	50.0	52	54
2	52.0	54.0	56.5	59	61
3	54.5	56.5	59.2	62	64

On peut faire figurer cette nouvelle courbe sur le graphique précédent (en pointillés-tirets) :



(2) On s'intéresse aux deux courbes en pointillés, celles qui se trouvent à ± 2 écart-types de la moyennes.

(a) On cherche à déterminer la probabilité p tel que

$$P\left(-2 \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq 2\right) = p$$

où X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ. On cherche donc à "résoudre"

$$P(-z \leq Y \leq z) = p \tag{1}$$

où Y suit une loi de probabilité normale centrée réduite et ici $z = 2$ est connu On admet que (1) est équivalent à

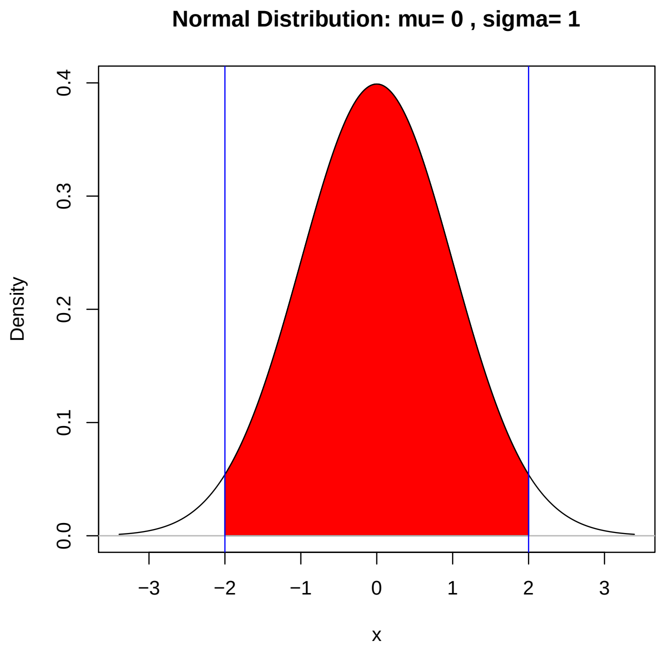
$$P(Y \leq z) = \frac{1+p}{2}$$

On connaît $z = 2$ et on trouve alors

$$\frac{1+p}{2} = 0.97725$$

et donc

$$p = 2 \times 0.97725 - 1 = 0.9545 \approx 0.95.$$



On retrouve donc le fait déjà vu que les tailles sont à moins de deux écart-types dans 95% des cas (voir la figure ci-dessus, où l'aire rouge représente 95% du total, entre les deux lignes bleues verticales aux abscisses ± 2, c'est-à-dire à ± 2 écart-types de l'origine.) !

(b) On a donc $1-p$ proportion de bébé à l'extérieur des deux courbes (symétriques par rapport à la moyenne), en particulier $(1-p)/2 = 0.02275$ de proportion p de bébés sous la première courbe et $(1-p)/2 = 0.02275$ de proportion p de bébés au -dessus de la deuxième courbe ; soit encore 2.275 % de bébés sous la première courbe et 2.275 % de bébés au-dessus de la deuxième courbe.