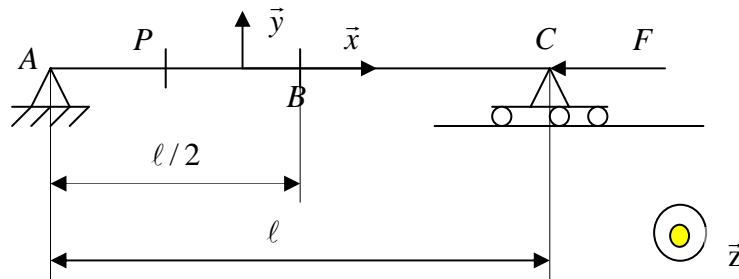


Exercice 2 (Flambement)

On considère la poutre droite, de longueur ℓ , appuyée en A, simplement appuyée en C, dont les caractéristiques géométriques changent brutalement en son milieu. Elle est chargée en C, par un effort longitudinal, dans l'axe de la poutre, F.

On recherche l'effort critique, pour lequel survient l'instabilité.



Le point courant P est repéré par : $\overrightarrow{AP} = x\vec{x}$.

Pour $x \in [0, \ell/2]$, le moment quadratique par rapport à (P, \vec{z}) vaut I_1 .

Pour $x \in [\ell/2, \ell]$, le moment quadratique par rapport à (P, \vec{z}) vaut I_2 .

- 1) Les conditions de raccord en B, assure la continuité de la flèche et de la tangente à la ligne moyenne.

En notant

$$w_1^2 = \frac{F}{EI_1}, w_2^2 = \frac{F}{EI_2} \Rightarrow w_2^2 = \frac{I_1}{I_2} w_1^2,$$

montrer que l'on obtient le flambement pour w_1 vérifiant :

$$\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \tan\left(\frac{w_1 \ell}{2}\right) + \tan\left(\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \frac{w_1 \ell}{2}\right) = 0$$

(vous étudierez, avant de diviser par $\cos(w_1 \ell/2)$ et $\cos(w_2 \ell/2)$ les cas particuliers où ces fonctions sont nulles)

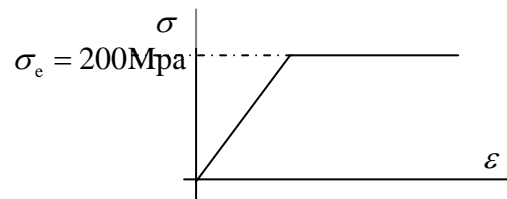
- 2) Si $I_1 = I_2$, vérifier que l'on retrouve bien la charge critique d'une poutre de longueur ℓ . Donner son expression.
- 3) On étudie le cas où $I_1 = 4I_2$. A l'aide des informations portées sur le graphe 1, déterminer la charge critique et comparer la à la valeur du 2, si I_2 conserve la même valeur.

4) Application numérique

La poutre est en acier. On donne $\ell = 1\text{m}$, $E = 2.10^5\text{MPa}$, le tronçon pour $x \in [\ell/2, \ell]$ a une section carrée de côté $a = 5\text{mm}$. Le tronçon $x \in [0, \ell/2]$, a une section carrée telle que $I_1 = 4I_2$.

- Calculer la charge critique.
- Si la résistance élastique de l'acier utilisé vaut 200MPa , et qu'il se comporte comme un matériau parfaitement plastique, quel sera le mode de ruine ? Par flambage, ou écoulement plastique ?

On donne ci-dessous l'essai de traction de ce matériau :



5) Mode

Toujours dans le cas ou $I_1 = 4I_2$, tracer l'allure du mode correspondant à la charge critique la plus basse.

6)

